Zur Frage nach dem gleichwertigen Durchmesser bei der Wärmeübertragung in einseitig beheizten Spalten

Hausen, Helmuth

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 10, 1958, S.150-165

Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

Zur Frage nach dem gleichwertigen Durchmesser bei der Wärmeübertragung in einseitig beheizten Spalten

Von **H. Hausen**, Hannover

Summary: For the calculation of heat-transfer in non-circular conduits there are different opinions about the question which kind of equivalent diameter has to be inserted into the heat transfer equation if only a part of the wetted surface is heated or cooled. Whilst some authors say, that the equivalent diameter has to be based on the heated or cooled section only, others hold, that the total wetted perimeter must be regarded, as is customary in calculation of fluid friction. As a contribution to this question the heat transmission in a fluid flowing between two parallel surfaces, of which both or only one are cooled, has been investigated theoretically. The calculation of the temperature distribution over a cross section in both cases shows that the conditions for heat transfer are not changed, if only one wall is cooled instead of both. But the mean temperature of the fluid rises in consequence of this variation. Therefore, as the heat transfer coefficient is usually related to the difference between mean temperature of fluid and wall temperature, its value is smaller in case only one wall is cooled. So those seem to be right, who prefer to base the equivalent diameter on the cooled part of the perimeter only. But as the difference of the heat transfer coefficients for both cases becomes smaller with increasing Prandtl-numbers the real situation is more complex, as is discussed to some detail at the end this paper.

Übersicht: Es gehen noch immer die Meinungen darüber auseinander, welchen Wert des gleichwertigen Durchmessers man in die Wärmeübergangsgleichung einzusetzen hat, wenn von der Wand des Kanals, in dem das Medium strömt, nur ein Teil an der Wärmeübertragung teilnimmt. Während manche bei der Berechnung des gleichwertigen Durchmessers nur den an der Wärmeübertragung beteiligten Teil des Umfangs des Strömungsquerschnitts berücksichtigen wollen, halten es andere für richtig, den gesamten Umfang in die entsprechende Gleichung einzuführen. Als Beitrag zur Klärung dieser Frage wird die Wärmeübertragung in einem ebenen Spalt, bei dem beide Wände oder nur eine Wand, von außen gekühlt werden, theoretisch untersucht. Die Berechnung der Temperaturverteilung des strömenden Mediums über einen Querschnitt in beiden Fällen lehrt, daß die Bedingungen für die Wärmeübertragung nicht geändert werden, wenn man statt beider Wände nur eine Wand kühlt. Aber die mittlere Temperatur des Mediums im Strömungsquerschnitt steigt an als Folge einer solchen Veränderung. Da es aber üblich ist, die Wärmeübergangszahl auf den Unterschied zwischen der mittleren Temperatur des Mediums und der Wandtemperatur zu beziehen, errechnet sich bei der einseitigen Kühlung ein kleinerer Wert der Wärmeübergangszahl. Dieses Ergebnis scheint denen recht zu geben, die nur den gekühlten Teil des Querschnittumfanges im gleichwertigen Durchmesser berücksichtigen wollen. Da aber der Unterschied der Wärmeübergangszahlen bei zweiseitiger und einseitiger Kühlung mit wachsendem Wert der Prandtlschen Kenngröße abnimmt, sind die Verhältnisse in Wirklichkeit verwickelter, wie am Ende des Aufsatzes näher erörtert wird.

Bei der Berechnung der Wärmeübergangszahl von Gasen oder Flüssigkeiten, die in Kanälen nicht kreisförmigen Querschnitts strömen, liegt häufig der Fall vor, daß nur ein Teil der Kanalwände beheizt oder gekühlt wird und daher auch nur dieser Teil an der Wärmeübertragung teilnimmt. In solchen Fällen steht noch immer die Frage offen, welchen Wert man als gleichwertigen Durchmesser in die Wärmeübergangsgleichung einzusetzen hat. Es ist üblich, den gleichwertigen Durchmesser nach der Beziehung

$$d_{gl} = \frac{4\,F_q}{u_q} \tag{1}$$

zu ermitteln, in der F_q den Flächeninhalt des Strömungsquerschnitts, u_q seinen Umfang bedeutet. Während man für die Berechnung des Druckabfalles im Kanal stets den gesamten benetzten Umfang einsetzt, wurde für die Wärmeübertragung vielfach vorgeschlagen, nur denjenigen Teil des Umfangs in die Rechnung einzuführen, welcher von den beheizten oder gekühlten Kanalwänden gebildet wird. Für einen Rohrbündel-Wärmeaustauscher bedeutet dies z. B., daß u_q nur den Umfang der Rohre des Bündels umfaßt, den Umfang des Mantelrohres aber nicht mit einschließt. Der genannte Vorschlag wird rein empirisch dadurch begründet, daß sich eine große Zahl älterer und neuerer Versuchsergebnisse unter Benutzung dieses „thermischen Durchmessers" besser wiedergeben lassen als mit dem „hydraulischen Durchmesser", der den gesamten Strömungsumfang berücksichtigt.

Indessen sprechen nicht nur manche Beobachtungen, sondern auch folgende Überlegung für die entgegengesetzte Ansicht. Die erfolgreichen Bemühungen von *Prandtl* und anderen, die Wärmeübergangszahl aus den Strömungsvorgängen zu berechnen, zeigen eindringlich, daß die Wärmeübertragung und die Strömungsvorgänge physikalisch eng miteinander verknüpft sind. Da nun die Strömung in einem Kanal nicht merklich davon abhängt, ob alle Kanalwände oder nur ein Teil von ihnen beheizt oder gekühlt wird, kann auch das Temperaturgefälle in der Nähe der wärmeübertragenden Wände in beiden Fällen nicht wesentlich verschieden sein. Daher liegt die Schlußfolgerung nahe, daß auch die Wärmeübergangszahl nahezu denselben Wert hat. Dann muß aber auch der gleichwertige Durchmesser in beiden Fällen gleich berechnet werden, nämlich ebenso wie bei den Strömungsvorgängen als „hydraulischer Durchmesser".

Um die hiernach noch immer bestehenden Widersprüche zu klären, werden zur Zeit in zwei Deutschen Forschungsinstituten neue Versuche über die Wärmeübertragung in Ringspalten durchgeführt. Trotzdem erscheint es nützlich, diese Frage auch theoretisch zu behandeln, weil sich durch die Theorie oftmals ein tieferer Einblick in die physikalischen Zusammenhänge gewinnen läßt als aus rein experimentellen Ergebnissen. Aus diesem Grunde wird nachstehend eine Näherungstheorie für die Wärmeübertragung in ebenen Spalten, die zweiseitig oder nur einseitig gekühlt werden, entwickelt. Diese Theorie knüpft an die Überlegungen von *Prandtl* und seinen Schülern an. Obwohl hierbei stark vereinfachende Annahmen getroffen werden, erweist sich das Endergebnis in guter Übereinstimmung mit einer genaueren Berechnung, die erst kürzlich im Institut für Thermodynamik der Technischen Hochschule Hannover durchgeführt worden ist und am Schlusse dieses Aufsatzes kurz erörtert werden soll.

Annahmen für die vereinfachte Berechnung

In Wandnähe befinde sich eine rein laminare Grenzschicht, in der die Geschwindigkeit und die Temperatur linear abfallen. An die Grenzschicht schließe sich unvermittelt der turbulente Kern der Strömung an, innerhalb dessen der

Impuls- und Wärmetransport nur auf Turbulenz beruhe. In diesem Kern herrsche das 1/7-Potenzgesetz für die Geschwindigkeitsverteilung

$$u = U \left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{1}{7}}, \tag{2}$$

worin u die Geschwindigkeit im Wandabstand y, U die maximale Geschwindigkeit in der Mitte des Spaltes, d. h. bei $y = a$ bedeutet. Der Abstand der beiden Wände des Spaltes beträgt hiernach 2a. Vernachlässigt man die geringen Abweichungen von Gl. (2) in der Grenzschicht, dann erhält man aus Gl. (2) als mittlere Strömungsgeschwindigkeit im gesamten Spaltquerschnitt

$$u_m = \int\limits_0^{y=a} u \, d\left(\frac{y}{a}\right) = \frac{7}{8} U = 0{,}875 \, U. \tag{3}$$

Ferner sei in der Strömungsrichtung ein linearer Temperaturabfall vorausgesetzt, der überall im Gas und auch in der Wand denselben Wert hat. Der Transport von Wärme durch Wärmeleitung in der Strömungsrichtung werde vernachlässigt. Um bei der Rechnung an eine bestimmte Vorstellung anzuknüpfen, werde angenommen, daß sich das Gas in der Strömungsrichtung abkühlt, also die Wände oder auch nur eine Wand des Spaltes von außen gekühlt werden.

Berechnung der Temperaturverteilung in einem Strömungsquerschnitt

Die Frage, ob ein grundsätzlicher Unterschied in der Wärmeübertragung bei zweiseitiger und einseitiger Kühlung der Wände des Spaltes besteht, kann man dadurch beantworten, daß man für beide Fälle die Temperaturverteilung in einem Strömungsquerschnitt berechnet. Als Endergebnis erhält man hierbei das Verhältnis der beiden Wärmeübergangszahlen.

1. Temperaturverlauf und Wärmeübergangszahl bei zweiseitiger Kühlung

Die Rechnung werde zunächst für den Fall der zweiseitigen Kühlung durchgeführt, weil hierbei zu einem Teil bekannte Berechnungsverfahren benutzt werden können. Um die Temperaturverteilung im turbulenten Kern zu erhalten, werde die Wärmemenge q berechnet, die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit einer zu den Wänden parallelen Ebene strömt, die von der linken Wand den Abstand y hat. Durch diese Fläche muß die gesamte Wärmemenge hindurchtreten, welche das zwischen dieser Ebene und der Mitte des Spaltes strömende Gas abgibt. Bedeutet ϑ die Temperatur des Gases und $\frac{\partial \vartheta}{\partial x}$ das überall gleiche Temperaturgefälle in der Strömungsrichtung, ferner ϱ die Dichte und c_p die auf die Masseneinheit bezogene spezifische Wärme des Gases, dann ergibt sich für die genannte Wärmemenge

$$q = \varrho \, c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \int\limits_y^a u \, dy \, .$$

Unter Berücksichtigung von Gl. (2) und (3) geht dies über in

$$q = q_0 \left(1 - \left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{8}{7}}\right), \tag{4}$$

wobei

$$q_0 = a\, u_m\, \varrho\, c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \tag{5}$$

gleich der bei $y = 0$ an die Wand abgegebenen Wärmemenge ist.

Die Wärmemenge q muß andererseits, wenn man im Kern die molekulare Wärmeleitung vernachlässigt, durch Turbulenz durch die genannte Ebene transportiert werden. Mit der turbulenten Austauschgröße A_q kann man für den Wärmetransport setzen

$$q = c_p\, A_q \frac{\partial \vartheta}{\partial y}. \tag{6}$$

A_q soll aus der turbulenten Austauschgröße A_τ für die Impulsübertragung ermittelt werden, die mit der Schubspannung τ an der Stelle y und mit dem Druckabfall $\frac{dp}{dx}$ in der Strömungsrichtung in folgendem Zusammenhang steht

$$\tau = A_\tau \frac{du}{dy} = (a - y) \frac{dp}{dx}. \tag{7}$$

Der letzte Ausdruck in dieser Gleichung rührt daher, daß die Schubspannung an der Stelle y gleich der Kraft sein muß, welche der Druckabfall auf die zwischen y und der Spaltmitte strömende Gasmenge ausübt.

Nach einer genaueren Untersuchung ist A_q etwas größer als A_τ. Setzt man aber zur Vereinfachung $A_q = A_\tau$, dann geht Gl. (6) mit Gl. (7) über in

$$q = \frac{c_p\,(a - y)}{du/dy} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y}. \tag{8}$$

Bestimmt man den hierin auftretenden Differentialquotienten $\frac{du}{dy}$ aus Gl. (2) und vergleicht man schließlich die beiden Ausdrücke für q nach Gl. (4) und Gl. (8), dann ergibt sich mit der Abkürzung

$$\frac{q_0\, U}{7\, a\, c_p \frac{dp}{dx}} = k \tag{9}$$

die Beziehung

$$d\,\vartheta = k \frac{1 - \left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{8}{7}}}{\left(1 - \frac{y}{a}\right)\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{6}{7}}}\, d\left(\frac{y}{a}\right). \tag{10}$$

Da der in dieser Gleichung enthaltene Ausdruck $\left(1 - \left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{8}{7}}\right) : \left(1 - \frac{y}{a}\right)$ mit guter Näherung gleich $1 + 0{,}14\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{4}{7}}$ ist, kann Gl. (10) in die leichter integrierbare Form gebracht werden

$$d\,\vartheta = k\left[\left(\frac{y}{a}\right)^{-\frac{6}{7}} + 0{,}14\left(\frac{y}{a}\right)^{-\frac{2}{7}}\right] d\left(\frac{y}{a}\right).$$

Die Integration zwischen 0 und $\frac{y}{a}$ liefert

$$\vartheta = \vartheta_0 + k\left[7\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{1}{7}} + \frac{1}{5}\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{5}{7}}\right], \tag{11}$$

worin ϑ_0 den Wert von ϑ bei $y = 0$ bedeutet. Gl. (11) legt die Temperaturverteilung im turbulenten Gebiet fest. ϑ_0 ist hierbei nur eine Rechengröße, weil Gl. (11) im wesentlichen nur im turbulenten Kern, aber nicht in Wandnähe benutzt werden soll.

Die mittlere Temperatur ϑ_m im gesamten Querschnitt kann man, wenn man die Abweichungen von Gl. (11) in Wandnähe vernachlässigt, nach der Gleichung

$$\vartheta_m - \vartheta_0 = \frac{1}{u_m}\int\limits_0^{y=a} u\,(\vartheta - \vartheta_0)\,d\left(\frac{y}{a}\right) \tag{12}$$

berechnen. Durch Ausführung der Integration unter Berücksichtigung von Gl. (2) und Gl. (11) ergibt sich

$$\vartheta_m - \vartheta_0 = 6{,}35\,k. \tag{13}$$

Laminare Grenzschicht und Wärmeübergangszahl

Um aus dem Temperaturverlauf die Wärmeübergangszahl ermitteln zu können, werde angenommen, daß in Wandnähe in der rein laminaren Grenzschicht die Temperatur von der Wandtemperatur ϑ_w linear bis zur Temperatur ϑ' ansteigt. Entsprechend wachse auch die Geschwindigkeit u in der Grenzschicht linear von 0 bis zum Wert u'.

Die Dicke der Grenzschicht, die der Einfachheit halber für die Geschwindigkeitsverteilung und die Temperaturverteilung gleich angenommen werde, kann wie folgt berechnet werden. Mit der Viskosität η und dem Druckverlust $\frac{dp}{dx}$ des Gases in der Strömungsrichtung gilt für die Wandschubspannung

$$\tau_0 = \eta \cdot \frac{u'}{\delta} = a\frac{dp}{dx},$$

woraus zunächst folgt

$$\delta = \frac{\eta\,u'}{a\frac{dp}{dx}}. \tag{14}$$

Da bei $y = \delta$ der turbulente Kern beginnt, muß u' auch Gl. (2) genügen. Es gilt daher auch

$$u' = U\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{1}{7}}. \tag{15}$$

Durch Einsetzen in Gl. (14) und Auflösen nach $\frac{\delta}{a}$ folgt hiernach für die Dicke der Grenzschicht

$$\frac{\delta}{a} = \left(\frac{\eta\, U}{a^2 \frac{dp}{dx}}\right)^{\frac{7}{6}}. \tag{16}$$

Im folgenden soll die Dicke der Grenzschicht mit der Wärmeübergangszahl in Verbindung gebracht werden. Da es üblich ist, die Wärmeübergangszahl auf den Unterschied zwischen der mittleren Gastemperatur ϑ_m und der Wandtemperatur ϑ_w zu beziehen, kann für die an der Wand je Flächeneinheit und Zeiteinheit abgegebene Wärmemenge q_0 gesetzt werden

$$q_0 = \alpha\,(\vartheta_m - \vartheta_w) = \frac{\lambda}{\delta}\,(\vartheta' - \vartheta_w). \tag{17}$$

Hieraus folgt für die Wärmeübergangszahl

$$\alpha = \frac{q_0}{\vartheta_m - \vartheta_w}. \tag{18}$$

Den Nenner dieser Gleichung kann man auf nachstehendem Wege ermitteln. Aus dem rechten Ausdruck von Gl. (17) ergibt sich

$$\vartheta' - \vartheta_w = \frac{\delta}{\lambda}\, q_0. \tag{19}$$

Ferner geht Gl. (11) für $y = \delta$ über in

$$\vartheta_0 - \vartheta' = -k\left[7\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{1}{7}} + \frac{1}{5}\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{5}{7}}\right]. \tag{20}$$

Addiert man diese beiden Gleichungen und hierzu noch Gl. (13), dann erhält man

$$\vartheta_m - \vartheta_w = \frac{\delta}{\lambda}\, q_0 + k\left[6{,}35 - 7\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{1}{7}} - \frac{1}{5}\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{5}{7}}\right] \tag{21}$$

und durch Einsetzen in Gl. (18)

$$\alpha = \frac{1}{\frac{\delta}{\lambda} + \frac{k}{q_0}\left[6{,}35 - 7\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{1}{7}} - \frac{1}{5}\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{5}{7}}\right]}. \tag{22}$$

Hiermit wird schließlich, wenn man die Nußeltsche Kenngröße auf den hydraulischen Durchmesser $d_h = 4a$ bezieht, der nach Gl. (1) gleich der doppelten Spaltbreite ist,

$$Nu = \frac{\alpha\, 4\mathrm{a}}{\lambda} = \frac{1}{\frac{\delta}{4\,a} + \frac{\lambda\, k}{4\, a\, q_0}\left[6{,}35 - 7\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{1}{7}} - \frac{1}{5}\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{5}{7}}\right]}. \tag{23}$$

Abhängigkeit der Wärmeübergangszahl von Re u. Pr.

Durch die Gln. (22) und (23) sind α und Nu als Funktionen von $\frac{k}{q_0}$ und $\frac{\delta}{a}$ dargestellt. Um sie abhängig von Re und Pr auszudrücken, werde davon ausgegangen, daß nach den Gln. (9) und (16) $\frac{k}{q_0}$ und $\frac{\delta}{a}$ von $\frac{dp}{dx}$ abhängen und für $\frac{dp}{dx}$ bei glatten Wandungen nach *Blasius* die Beziehung gilt

$$\frac{dp}{dx} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{Re}} \cdot \frac{\varrho\, u_m^2}{2} \cdot \frac{1}{d_h} \tag{24}$$

$$\text{mit } d_h = 4a \text{ und } Re = \frac{\varrho\, u_m\, d_h}{\eta} = \frac{\varrho\, u_m \cdot 4\,a}{\eta}\,. \tag{25}$$

Hiermit wird unter Berücksichtigung von Gl. (3)

$$\frac{\eta\, U}{a^2 \frac{dp}{dx}} = \frac{115}{Re^{\frac{3}{4}}} \tag{26}$$

und damit nach Gl. (9) und mit $\frac{\nu}{a} = \frac{\eta\, c_p}{\lambda} = Pr$

$$\frac{\lambda\, k}{4\,a\,q_0} = \frac{1}{28} \cdot \frac{\lambda}{\eta\, c_p} \cdot \frac{\eta\, U}{a^2 \frac{dp}{dx}} = \frac{4{,}13}{Pr \cdot Re^{\frac{3}{4}}} \tag{27}$$

und nach Gl. (16)

$$\frac{\delta}{a} = \frac{255}{Re^{\frac{7}{8}}}\,. \tag{28}$$

Durch Einsetzen in Gl. (23) folgt schließlich

$$Nu = \frac{\alpha \cdot 4\,a}{\lambda} = \frac{Re^{\frac{3}{4}} \cdot Pr}{26{,}2 + 63{,}8\, Re^{-\frac{1}{8}} (Pr - 1) - 43{,}2\, Re^{-\frac{5}{8}}}\,. \tag{29}$$

In ähnlicher Weise läßt sich auch die Gleichung für die Temperaturverteilung im turbulenten Strömungsbereich in eine für die Berechnung handliche Form bringen. Berücksichtigt man, daß nach Gl. (27) und (16)

$$\frac{\lambda\, k}{a\, q_0} = \frac{1}{7\, Pr} \cdot \left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{6}{7}} \tag{30}$$

ist, dann erhält man, in dem man die Gln. (11), (20) und (19) addiert und die Summe durch Gl. (19) dividiert,

$$\frac{\vartheta - \vartheta_w}{\vartheta' - \vartheta_w} = 1 + \frac{1}{Pr} \left\{ \left[\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}} - 1 \right] + \frac{1}{35} \left(\frac{\delta}{\alpha}\right)^{\frac{4}{7}} \left[\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{5}{7}} - 1 \right] \right\} \tag{31}$$

oder unter Benutzung von Gl. (28)

$$\frac{\vartheta - \vartheta_w}{\vartheta' - \vartheta_w} = 1 + \frac{1}{Pr}\left\{\left[\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}} - 1\right] + \frac{0{,}677}{Re^{\frac{1}{2}}}\left[\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{5}{7}} - 1\right]\right\}. \tag{32}$$

Nach dieser Gleichung kann man den Temperaturverlauf im turbulenten Kern der Strömung für vorgegebenen Werte von Re und Pr berechnen, da δ durch Gl. (28) bestimmt ist. Allerdings ist vorausgesetzt, daß die Gl. (24) von *Blasius* gilt, was etwa bis $Re = 100\,000$ zutrifft. Der Temperaturabfall $\vartheta' - \vartheta_w$ in der Grenzschicht kann beliebig gewählt werden, weil es nur auf das in Gl. (32) dargestellte Temperaturverhältnis, nicht aber auf den Absolutwert von ϑ ankommt. Mit dem Wert von $\vartheta' - \vartheta_w$ ändert sich der Unterschied zwischen mittlerer Gastemperatur ϑ_m und Wandtemperatur ϑ_w und damit auch die an die Wand je Flächeneinheit und Zeiteinheit abgegebene Wärmemenge q_0.

Als entsprechenden Ausdruck für die mittlere Gastemperatur ϑ_m findet man, indem man die Gln. (13), (19) und (20) addiert und ihre Summe durch Gl. (19) dividiert, unter Berücksichtigung von Gl. (30)

$$\frac{\vartheta_m - \vartheta_w}{\vartheta' - \vartheta_w} = 1 + \frac{1}{7\,Pr}\left(\frac{a}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}\left[6{,}35 - 7\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{1}{7}} - \frac{1}{5}\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{5}{7}}\right]. \tag{33}$$

Diese Beziehung geht schließlich mit Gl. (28) über in

$$\frac{\vartheta_m - \vartheta_w}{\vartheta' - \vartheta_w} = 1 + \frac{1}{Pr}\left[0{,}410\,Re^{\frac{1}{8}} - 1 - 0{,}677\,Re^{-\frac{1}{2}}\right]. \tag{34}$$

Hierdurch ist die mittlere Gastemperatur abhängig von Re und Pr festgelegt.

2. Temperaturverlauf und Wärmeübergangszahl bei einseitiger Kühlung

Die linke Wand bei $y = 0$ werde gekühlt. Die rechte Wand bei $y = 2a$ tausche hingegen mit dem im Spalt strömenden Gas keine Wärme aus. Entzieht die linke Wand dem Gas wieder je Flächeneinheit und Zeiteinheit die Wärmemenge q_0, dann kühlt sich das Gas auf seinem Strömungsweg nur halb so stark ab wie bei zweiseitiger Kühlung, d. h. $\frac{\partial \vartheta}{\partial x}$ ist nur halb so groß. Auch stammt die Wärme q_0 jetzt nicht allein aus der linken Hälfte des Gases. Ein Betrag $\frac{q_0}{2}$ wird vielmehr der in der rechten Hälfte des Spaltes strömenden Gasmenge entzogen. Die gesamte vom Gas abgegebene Wärmemenge muß also jetzt von rechts nach links strömen. Dies ist nur möglich, wenn die Temperatur des Gases nach rechts hin dauernd ansteigt. An der rechten Wand selbst muß jedoch der Temperaturanstieg zu null werden, weil von der Wand her keine Wärme nachströmt.

Da hiernach im Gegensatz zur beiderseitigen Kühlung die Temperatur nicht mehr symmetrisch verläuft, muß die Berechnung der Temperaturverteilung für beide Hälften des Strömungsquerschnitts getrennt durchgeführt werden.

Die Geschwindigkeitsverteilung sei aber nach wie vor symmetrisch. Zwischen $y = \delta$ und $y = a$ gelte daher wie bisher

$$u = U\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{1}{7}}. \tag{2}$$

Entsprechend sei zwischen $y = a$ und $y = 2a - \delta$

$$u = U\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{\frac{1}{7}}. \tag{2a}$$

Die mittlere Geschwindigkeit u_m ist auch in diesem Falle durch Gl. (3) bestimmt.

Berechnung der Temperaturverteilung

Von der Wärmemenge q_0, welche die linke Wand empfängt, muß die Hälfte bei $y = a$ von der rechten zur linken Spalthälfte strömen. Daher beträgt die Wärmemenge q, welche durch die Einheit einer zur Wand ebenen Fläche an der Stelle y in der Zeiteinheit strömt, unter Berücksichtigung der Gln. (2) u. (2a)

a) zwischen $y = 0$ und $y = a$:

$$q = \frac{q_0}{2} + \varrho\, c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \int_y^a u\, dy = q_0 \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{8}{7}}\right] \tag{35}$$

mit

$$q_0 = 2\; a\, u_m\, \varrho\, c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial x}, \tag{36}$$

b) zwischen $y = a$ und $y = 2a$:

$$q = \varrho\, c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \int_y^{2a} u\, dy = \frac{q_0}{2}\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{\frac{8}{7}}. \tag{37}$$

Ferner gelten im gesamten Bereich der turbulenten Strömung unverändert die Gln. (6) und (8). Setzt man in Gl. (8) $\frac{du}{dy}$ nach Gl. (2) und (2a) ein, dann ergibt sich links:

$$q = \frac{7\, a c_p}{U} \cdot \frac{dp}{dx}(a - y)\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{6}{7}} \frac{\partial \vartheta}{dy}, \tag{38}$$

rechts:

$$q = \frac{7\, a c_p}{U} \cdot \frac{dp}{dx}(y - a)\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{\frac{6}{7}} \frac{\partial \vartheta}{dy}. \tag{39}$$

Der Vergleich dieser Beziehungen mit den Gln. (35) und (37) liefert mit der Abkürzung k nach Gl. (9).

links: $$d\vartheta = k\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{8}{7}}\right]\left(\frac{y}{a}\right)^{-\frac{6}{7}} \cdot \frac{dy}{a-y} \tag{40}$$

rechts: $$d\vartheta = \frac{k}{2}\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{\frac{2}{7}} \frac{dy}{y-a}\,. \tag{41}$$

Um diese Gleichungen leicht integrieren zu können, werde in Gl. (40) $\frac{1}{a-y}\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{8}{7}}\right]$ in $\frac{1}{2\,(a-y)} + \frac{1}{2\,(a-y)}\left[1 + \left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{8}{7}}\right]$ zerlegt und darin angenähert der erste Ausdruck durch $\frac{1}{2a}\left[1 + 4{,}5\left(\frac{y}{a}\right)^{2}\right]$, der zweite durch den Mittelwert 0,54, ferner in Gl. (41) $\frac{1}{y-a}$ durch $\frac{1}{a}\left[1 + 4{,}5\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{2}\right]$ ersetzt. Dies dürfte in Anbetracht der übrigen vereinfachenden Annahmen genau genug sein. Durch diese Ersatzfunktionen wird zugleich das Unendlichwerden bei $y = a$ vermieden, das in den Gln. (40) und (41) nur deshalb auftritt, weil in physikalisch nicht ganz sinnvoller Weise das 1/7-Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung bis zur Spaltmitte hin als gültig angenommen und die molekulare Wärmeleitung im turbulenten Kern vernachlässigt wird. Mit Einführung dieser Funktionen erhält man durch Integration der Gln. (40) und (41).

links: $$\vartheta = \vartheta_0 + k\left[7{,}28 + 1{,}05\left(\frac{y}{a}\right)^{2}\right]\left(\frac{y}{a}\right)^{\frac{1}{7}}, \tag{42}$$

rechts: $$\vartheta = \vartheta_{2a} - k\left[0{,}389 + 0{,}685\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{2}\right]\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{\frac{9}{7}}, \tag{43}$$

wobei ϑ_{2a} die Temperatur des Gases bei $y = 2a$, d. h. an der rechten Wand bedeutet. Berechnet man nach diesen beiden Gleichungen die Temperatur in der Mitte des Spaltes bei $y = a$ und setzt man die erhaltenen Werte einander gleich, dann wird

$$\vartheta_{2a} = \vartheta_0 + 9{,}40\,k\,. \tag{44}$$

Deshalb kann Gl. (43) auch in der Form geschrieben werden

rechts: $$\vartheta = \vartheta_0 + 9{,}40\,k - k\left[0{,}389 + 0{,}685\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{2}\right]\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{\frac{9}{7}}. \tag{45}$$

Durch nochmalige Integration entsprechend Gl. (12) ergeben sich schließlich in beiden Spalthälften folgende Mittelwerte der Temperatur

links: $$\vartheta_{ml} = \vartheta_0 + 6{,}84\,k \tag{47}$$

rechts: $$\vartheta_{mr} = \vartheta_0 + 9{,}06\,k \tag{46}$$

und damit als Gesamtmittelwert

$$\vartheta_m = \frac{\vartheta_{ml} + \vartheta_{mr}}{2} = \vartheta_0 + 7{,}95\,k\,. \tag{48}$$

Berechnung der Wärmeübergangszahl

Da die Wärmemenge q_0 nur an die linke Wand abgegeben wird, interessieren auch nur die Vorgänge in der an dieser Wand befindlichen Grenzschicht. Ist die genannte Wärmemenge bei beiderseitiger und einseitiger Kühlung gleich groß, dann müssen in beiden Fällen in der linken Grenzschicht dieselben Verhältnisse vorliegen. Insbesondere ist die Grenzschicht gleich dick und auch das Temperaturgefälle $\vartheta' - \vartheta_w$, das sich in der Grenzschicht einstellt, ist in beiden Fällen gleich groß. Daher gelten für die einseitige Kühlung unverändert die Gln. (14) bis (19).

Berechnet man aus Gl. (42) $\vartheta' - \vartheta_0$, indem man $y = \delta$ setzt, und zieht man die sich ergebende Beziehung von der Summe der Gln. (19) und (48) ab, dann findet man für den Unterschied zwischen der mittleren Gastemperatur ϑ_m und der Wandtemperatur ϑ_w

$$\vartheta_m - \vartheta_w = \frac{\delta}{\lambda} q_0 + k\left[7{,}95 - 7{,}28\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{1}{7}} - 1{,}05\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{15}{7}}\right]. \tag{49}$$

Hiermit erhält man nach Gl. (18) für die Wärmeübergangszahl α^* bei einseitiger Kühlung

$$\alpha^* = \frac{1}{\frac{\delta}{\lambda} + \frac{k}{q_0}\left[7{,}95 - 7{,}28\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{1}{7}} - 1{,}05\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{15}{7}}\right]} \tag{50}$$

und schließlich für die Nußeltsche Kenngröße

$$Nu^* = \frac{\alpha^* \cdot 4a}{\lambda} = \frac{1}{\frac{\delta}{4a} + \frac{\lambda k}{4 a q_0}\left[7{,}95 - 7{,}28\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{1}{7}} - 1{,}05\left(\frac{\delta}{a}\right)^{\frac{15}{7}}\right]}. \tag{51}$$

Mit den Gln. (27) und (28) kann man dies auch in die Form bringen

$$Nu^* = \frac{\alpha^*\, 4a}{\lambda} = \frac{Re^{\frac{3}{4}}\, Pr}{32{,}8 + 63{,}8\,(Pr - 1{,}04)\, Re^{-\frac{1}{8}} - 624000\, Re^{-\frac{15}{8}}}. \tag{52}$$

Als Hauptergebnis der Untersuchung erhält man endlich, indem man Gl. (52) durch Gl. (29) dividiert, als Verhältnis der Wärmeübergangszahlen bei einseitiger und zweiseitiger Kühlung:

$$\frac{\alpha^*}{\alpha} = \frac{(Pr - 1) + 0{,}411\, Re^{\frac{1}{8}} - 0{,}677\, Re^{-\frac{1}{2}}}{(Pr - 1{,}04) + 0{,}514\, Re^{\frac{1}{8}} - 9780\, Re^{-\frac{7}{4}}} \tag{53}$$

Um im Falle der einseitigen Kühlung auch die Verteilung der Gastemperatur in einem Spaltquerschnitt bequem berechnen zu können, sollen die hierfür erhaltenen Gleichungen noch zusammengefaßt und umgeformt werden. Berechnet man nach Gl. (42) $\vartheta' - \vartheta_0$, indem man $y = \delta$ setzt, und zieht man die erhaltene Gleichung von der Summe der Gln. (42) und (19) oder (45) und (19) ab und dividiert man schließlich noch durch Gl. (19), dann erhält man unter Berücksichtigung von Gl. (30)

links: $$\frac{\vartheta - \vartheta_w}{\vartheta' - \vartheta_w} = 1 + \frac{1}{Pr}\left\{1.04\left[\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}} - 1\right] + 0.15\left(\frac{\delta}{a}\right)^2\left[\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{15}{7}} - 1\right]\right\} \quad (54)$$

rechts: $$\frac{\vartheta - \vartheta_w}{\vartheta' - \vartheta_w} = 1 + \frac{1}{Pr}\left(\frac{a}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}\left[1.343 - 0.0556\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{\frac{9}{7}} - 0.0978\left(2 - \frac{y}{a}\right)^{\frac{23}{7}}\right] - \frac{1}{Pr}\left[1.04 + 0.15\left(\frac{\delta}{a}\right)^2\right]. \quad (55)$$

Nach diesen Gleichungen läßt sich der Temperaturverlauf für beliebige Werte von Re und Pr unter Berücksichtigung von Gl. (28) berechnen.

Ergebnisse der Berechnung

Die wichtigsten Annahmen, die der Berechnung zugrundegelegt wurden, bestanden darin, daß im turbulenten Strömungsbereich das 1/7-Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung nach Gl. (2) herrscht und in der Grenzschicht die Geschwindigkeit linear ansteigt. Mit Hilfe der durch Gl. (28) festgelegten Dicke δ der Grenzschicht errechnet sich grundsätzlich ein Geschwindigkeitsprofil über die Spaltbreite 2a wie es in Abb. 1 dargestellt ist.

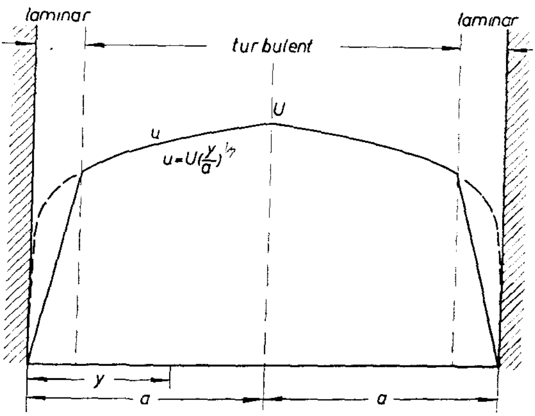

Abb. 1. Geschwindigkeitsverteilung bei der Strömung in einem ebenen Spalt

Mit Hilfe der turbulenten Austauschgröße, die sich aus dem Geschwindigkeitsprofil berechnen läßt, und mit der Annahme des überall gleichen Temperaturgefälles in der Strömungsrichtung wurden durch Integration für die Temperaturverteilung im turbulenten Bereich bei zweiseitiger Kühlung die Gl. (32), bei einseitiger Kühlung die Gln. (54) und (55) abgeleitet. Innerhalb der Grenzschicht, die für den Temperaturverlauf ebenso dick wie für die Geschwindigkeitsverteilung angenommen wurde, ist ein linearer Temperaturverlauf vorausgesetzt. Unter diesen Annahmen ergibt sich der in Abb. 2 für $Re = 10\,000$ und $Pr = 1$ dargestellte Temperaturverlauf im Spaltquerschnitt. Eines übersichtlichen Vergleiches wegen wurde der Temperaturabfall $\vartheta' - \vartheta_w$ in der Grenzschicht in den beiden Fällen gleich groß angenommen und gleich 1 gesetzt. Die untere Kurve gilt für die beiderseitige Kühlung, die obere für die einseitige Kühlung durch die linke Wand. Im ersten Falle verläuft die Temperatur in erster Näherung ähnlich wie die Kurve für die Geschwindigkeit. Volle Ähnlichkeit ist jedoch nicht vorhanden, weil nach Gl. (32) der Temperaturverlauf das 1/7-Potenzgesetz nicht genau befolgt. Dies ist bemerkenswert, nachdem üblicherweise bei $Pr = 1$ von vornherein volle Ähnlichkeit angenommen wird. Ein gewisser Unterschied ist jedoch physikalisch begründet und ergibt sich in der vorliegenden Ableitung dadurch zwangsläufig, daß für den Wärmestrom senkrecht zur Wand eine genaue Wärmebilanz aufgestellt worden ist (Gl. 4 und 8 sowie Gl. 35 und 37).

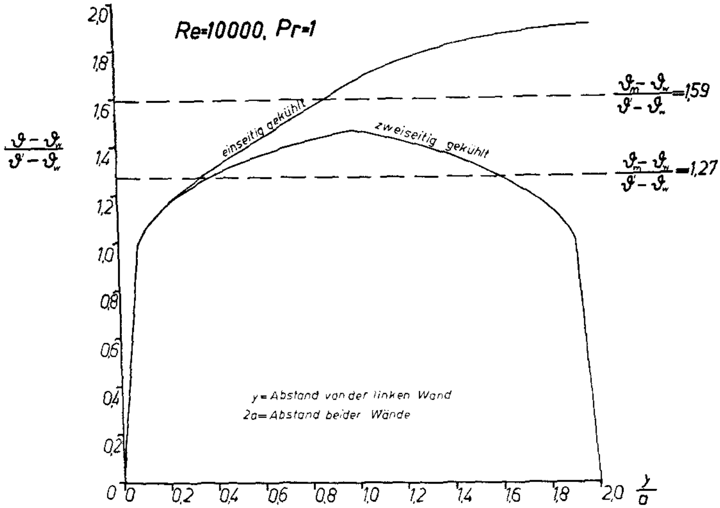

Abb. 2. Temperaturverlauf bei der Strömung in einem ebenen Spalt

In der Mitte zeigt die Kurve für die beiderseitige Kühlung eine flache Spitze mit Knick, während in Wirklichkeit die Kurve hier eine waagerechte Tangente haben sollte. Dies ist in der schon erwähnten, nicht ganz richtigen Annahme begründet, daß das 1/7-Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung bis zur Mitte des Spaltes gilt. Auf das Gesamtergebnis dürfte aber diese Ungenauigkeit nur einen sehr geringen Einfluß haben.

Die obere Kurve in Abb. 2 für die einseitige Kühlung steigt im Gegensatz zu der für die zweiseitige Kühlung dauernd an und endet rechts mit einer waagerechten Tangente. Dieser Kurvenverlauf läßt sich physikalisch wie folgt erklären. Bei dem angenommenen gleich großen Temperaturabfall in der linken Grenzschicht wird in beiden Fällen eine gleich große Wärmemenge an die linke Wand übertragen. Bei beiderseitiger Kühlung stammt diese Wärmemenge nur aus der linken Gashälfte, bei einseitiger Kühlung aber aus der gesamten Gasmenge. Im Gegensatz zur Grenzschicht ist daher bei größerem Abstand y von der Wand die zu transportierende Wärmemenge in beiden Fällen nicht mehr gleich. So ist z. B. in der Mitte des Spaltes die in Richtung nach der linken Wand hin zu transportierende Wärmemenge bei beiderseitiger Kühlung gleich null, bei einseitiger Kühlung hingegen noch halb so groß wie die durch die linke Grenzschicht strömende Wärmemenge, d. h. gleich der Wärmemenge, die aus der rechten Gashälfte stammt. Dies erklärt den steileren Temperaturanstieg bei der einseitigen Kühlung. Da auch an jeder Stelle der rechten Hälfte des Spaltes die Wärme nach links strömt, muß auch die Temperatur bis zur rechten Wand hin dauernd ansteigen. Die Temperaturkurve endet mit einer waagerechten Tangente, weil die rechte Wand weder Wärme aufnimmt noch abgibt.

Aus den beiden Kurven in Abb. 2 folgt als wesentlicher Unterschied, daß

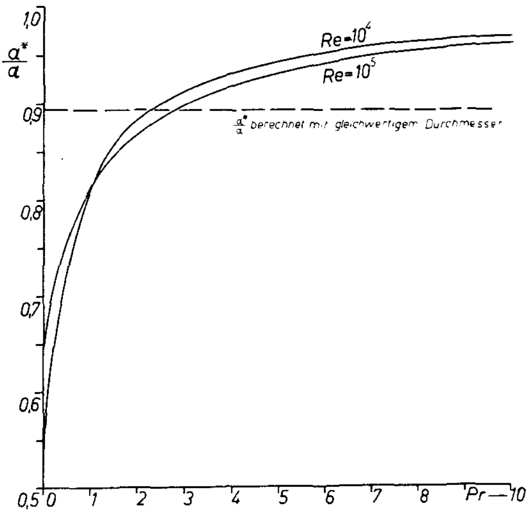

Abb. 3. Wärmeübergang bei der Strömung im Spalt α bei beiderseitiger Kühlung, α* bei einseitiger Kühlung

die mittlere Gastemperatur ϑ_m bei der zweiseitigen Kühlung niedriger liegt als bei der einseitigen Kühlung. Dasselbe gilt bei den getroffenen Annahmen auch für die Differenz zwischen der mittleren Gastemperatur ϑ_m und der Wandtemperatur ϑ_w. Nach Gl. (18) muß sich daher auch in beiden Fällen ein verschiedener Wert der Wärmeübergangszahl ergeben.

In Abb. 3 ist nach Gl. (53) das Verhältnis der Wärmeübergangszahl α^* bei einseitiger Kühlung und α bei zweiseitiger Kühlung für $Re = 10\,000$ und $Re = 100\,000$ abhängig von Pr dargestellt. Re ist hierbei auf die doppelte Spaltbreite 4a, die gleich dem hydraulisch gleichwertigen Durchmesser nach Gl. (1) ist, bezogen. Zum Vergleich ist gestrichelt der Wert von $\frac{\alpha^*}{\alpha}$ eingetragen, den man nach den üblichen Potenzgesetzen für die Wärmeübertragung erhält, wenn man bei einseitiger Beheizung im gleichwertigen Durchmesser nur den an der Wärmeübertragung beteiligten Teil des Umfanges des Strömungsquerschnitts berücksichtigt. Da nach der bekannten Gleichung von Nußelt für die

Wärmeübertragung von Gasen, die in Rohren strömen, die Wärmeübergangszahl der 0,16ten Potenz des Durchmessers umgekehrt proportional ist, bei einseitig gekühlten Spalten aber der thermische Durchmesser doppelt so groß ist wie der hydraulische Durchmesser, ergibt sich bei Verwendung des thermischen Durchmessers

$$\frac{\alpha^*}{\alpha} = 2^{-0,16} = 0,895\,. \tag{56}$$

Dies ist der Wert, der in Abb. 3 gestrichelt eingetragen ist.

Folgerungen

Das dargestellte Ergebnis der Theorie gibt hiernach bei kleinen Werten von Pr denjenigen recht, die bei der Berechnung der Wärmeübertragung im Falle nur unvollständiger Beheizung oder Kühlung den thermischen Durchmesser dem hydraulischen Durchmesser vorziehen. Bei größeren Werten von Pr erweist sich jedoch das Rechnen mit dem hydraulischen Durchmesser als richtiger.

Man kann sich auf Grund der vorangegangenen Überlegungen auch grundsätzlich fragen, ob es physikalisch richtig und sinnvoll ist, den Unterschied zwischen voller und unvollständiger Beheizung oder Kühlung durch eine Änderung des gleichwertigen Durchmessers zum Ausdruck zu bringen. Diese Frage läßt sich mit Hilfe des in Abb. 2 dargestellten Temperaturverlaufs weitgehend beantworten.

In beiden Fällen ist strömungstechnisch alles gleich, auch sind die Grenzschichten gleich dick. Bei gleichem Temperaturgefälle in der Grenzschicht wird daher auch eine gleich große Wärmemenge an die linke Wand abgegeben. Somit sind auch die Bedingungen für die Wärmeübertragung in beiden Fällen gleich.

Der wesentliche Unterschied besteht, wie schon erwähnt, darin, daß die mittleren Gastemperaturen in beiden Fällen verschieden sind. Daher haben auch die Unterschiede zwischen der mittleren Gastemperatur ϑ_m und der Wandtemperatur ϑ_w verschiedene Werte. Da es aber üblich ist, die Wärmeübergangszahl auf den Temperaturunterschied $\vartheta_m - \vartheta_w$ zu beziehen, ergibt sich bei einseitiger Kühlung wegen des größeren Temperaturunterschiedes nach Gl. (18) ein kleinerer Wert der Wärmeübergangszahl α^*, obwohl in beiden Fällen die Wärmeübertragung gleich ist. Physikalisch gesehen kommt also der wesentliche Unterschied zwischen einseitiger und zweiseitiger Beheizung oder Kühlung durch ein Temperaturverhältnis, nämlich das Verhältnis der genannten Temperaturunterschiede zum Ausdruck.

Auch der Begriff des gleichwertigen oder hydraulischen Durchmessers selbst deutet darauf hin, daß die Verwendung verschiedener Werte dieses Durchmessers im vorliegenden Falle physikalisch wenig sinnvoll ist. Denn der Verwendung des gleichwertigen Durchmessers liegt in der Strömungslehre der Gedanke zu Grunde, daß es für die Intensität der Turbulenz und die mittlere Dicke der Grenzschicht auf das Verhältnis des Flächeninhalts des Strömungsquerschnitts zu seinem Strömungsumfang ankommt. Da aber strömungstechnisch kein Unterschied zwischen den beiden betrachteten Fällen besteht und auch die Grenzschicht in beiden Fällen gleich ist, ist auch kein Grund zu erkennen, den Unterschied durch einen geänderten Wert des gleichwertigen Durchmessers zum Ausdruck zu bringen. Denn der Unterschied ist rein im Wärmeverhalten selbst begründet.

Daß trotzdem bei etwa $Pr = 2{,}5$ die Verhältnisse durch den thermischen Durchmesser in erster Näherung richtig wiedergegeben werden, erscheint hier mehr als ein Zufall denn als eine tiefer begründete Gesetzmäßigkeit. Da aber das oben genannte Temperaturverhältnis schwer vorher angegeben werden kann, erscheint es immerhin zweckmäßig, für eine angenäherte Darstellung von $\frac{\alpha^*}{\alpha}$ das Verhältnis der jeweils an der Wärmeübertragung beteiligten Teile u_q^* und u_q des Umfanges des Strömungsquerschnittes einzuführen und damit unter Berücksichtigung des Einflusses von Pr etwa zu setzen

$$1 - \frac{\alpha^*}{\alpha} = \left(1 - \frac{u_q^*}{u_q}\right)^m f(Pr). \tag{57}$$

Die Kurven in Abb. 3 werden unter Vernachlässigung des geringen Einflusses von Re gut wiedergegeben durch

$$1 - \frac{\alpha^*}{\alpha} = \frac{0{,}75}{1 + Pr}\left(1 - \frac{u_q^*}{u_q}\right). \tag{58}$$

Dies soll jedoch, weil sich aus der oben entwickelten Theorie der Exponent von $1 - \frac{u_q^*}{u_q}$ nicht ermitteln läßt, nur eine Möglichkeit der Darstellung andeuten.

Auf Anregung des Verfassers hat inzwischen Herr Dipl.-Ing. *L. Düwel* unter Benutzung der bekannten Ansätze von *Reichardt* eine wesentlich genauere numerische Berechnung des Temperaturverlaufs bei zweiseitiger und einseitiger Kühlung des Spaltes mit Hilfe einer elektronischen Rechenmaschine durchgeführt. Überraschenderweise kommt er für das Verhältnis $\frac{\alpha^*}{\alpha}$ fast zu demselben Verlauf wie in Abb. 3. Es liegt dies hauptsächlich daran, daß alle Ungenauigkeiten der obigen Theorie sich auf die Grenzschicht beziehen, alle Änderungen im Verhalten der Grenzschicht sich aber auf die beiden Fälle der zweiseitigen und einseitigen Kühlung in derselben Weise auswirken. Der Temperaturverlauf im turbulenten Kern und damit auch die Mittelwerte ϑ_m der Temperatur werden durch solche Veränderungen nur wenig beeinflußt. Insbesondere wird dadurch das Verhältnis der Temperaturunterschiede $\vartheta_m - \vartheta_w$ kaum verändert. Diese Untersuchung von *Düwel* soll an anderer Stelle veröffentlicht werden.

Die erwähnten Ungenauigkeiten der vorstehenden Theorie wirken sich wesentlich stärker als auf α^*/α auf die Absolutwerte von α^* und α sowie auf die Werte von Nu^* und Nu nach den Gln. (22), (29), (50) und (52) aus.

Weitere Aufschlüsse über die Rolle des gleichwertigen Durchmessers sind voraussichtlich von den eingangs erwähnten experimentellen Untersuchungen über die Wärmeübertragung in Ringspalten zu erwarten, wie sie zur Zeit an zwei deutschen Instituten im Gange sind.